

道徳的期望に就いて

山本恭次郎

公算論に關する問題の研究は、第十八世紀に至りて多くの有名なる數學者の注意を喚起すに至れり、生命保險事業の創立は社會的の問題に對して重要な應用を與へ、各國の政府によりて發表せられたる諸種の統計は、彼等に對して其の理論を適用すべき興味ある資料を供給せり、從てこの期間に於てダニール・ベルヌイ・オイレル・ダラム・ベル・パツホン等、優秀なる學者が相率いて數學的公算に關する問題の解決を試み、終に彼のラプラスをして不朽の名著 *Théorie Analytique des Probabilités* を大成せしむるに至れるも故なきにあらず、吾人は茲に少しくダニール・ベルヌイのなしたる事業の一端を述べその研究の跡を追はんとす。

ダニール・ベルヌイは、其叔父 ニコラス・ベルヌイ によりて提出せられたる特殊の問題を解決して、其研究報告を千七百三十八年聖彼得堡大學に寄贈せり、この問題は後年聖彼得堡問題と名けられ多數の學者によりて論議せられたる公算

論上の難問なり、この問題は今日の經濟學に於ける價值論と關係を有するものにしてベルヌイは、この問題の研究に於て現時の經濟學書中多少異なりたる名稱の下に表はるゝ道德的期望 (Moral expectation) の概念を導き來れり。

期望とは何ぞやスピノザをしていはしむれば、その成否疑問に屬する事件の將來の情態に對する概念に基づくところの中間的喜悅の情なり、抑も吾人は利得又は損失の豫期によりて定まりたる感情を誘起す、而かもこの感情の強度は吾人の財産、稟質、健康、習慣及び其他の社會的環境に基づくものにして、到底之れを解析的に表示する能はず、期望に關する數學的の計算はカントルのいへるが如く、決して上の如き主觀的心理的の條件を基礎として之れを行ふ能はず。

先づ個人の主觀的及心理的の條件は、各總て同一の強さにあるものと假定するとき、利得に對する感情の強さは豫期せられたる利得の實價及びその利得を生すべき公算との何れにも正比例することを知る、依りてこの兩者の積を名づけて數學的期望と稱す。

即ち $E=PG$

例へば茲に一輸出商あり賣價十萬圓の貨物を便船に托して發送せんとす然

るに海上は危險にして安全なる航海の公算は四分の三に過ぎずとせんか、彼れが十萬圓の實現に對する數學的期望は左の如し。

$$¥100,000 \times \frac{3}{4} = ¥75,000$$

この場合もし危險を避けんと欲せば貨物積込と同時に賣却の手續を終了すれば可なり。

數學的期望は吾人の日常生活上及各種保險等偶然的原因による多少の侵害の爲めに生ず、危險と結合せる不確實なる金額の實現と重大なる關係を有す。數學的期望にありては個人の主觀的心理的條件を全然省略せり、然りと雖も實際利得、又は損失に對する吾人の感情は少くとも、吾人の主觀的條件即ち財産の高によりて左右せらる。

同一なる利得(又は損失)即ち財産の變化も其當人にとりては種々なる意義を有し、從つて各異なりたる感情を起さしむること明かなり、而して其感情の強さは各の財産高に關係す、しかも其關係たるや上の數學的期望に於けるが如く決して比例的ならず、例へば一千圓の財産を有するものに對する一圓の財産の變化によりて起る感情の強さは、百萬圓の財産家に對するそれに比して千倍なり

やといふに決して然らず故にこの場合財産變化の絶對的價值によりて其感情の強さを表はすこと能はず。

ダニール・ベルヌイはじめて財産變化の絶對的價值を其結果として生ずる利益とを區別し後者を相對的又は道德的價值と名づけかくて次の假説を言明せり。

任意に小なる財産の増加によりて生ずる利益即ちその道德的價值は財産の増加に正比例し現在の財産に反比例す

即ち x を現在の財産高としその増加を dx とすればこの變化によりて生ずる道德的價值は

$$dy = k \frac{dx}{x}$$

茲に k は當人の心理的條件によりて一定せる常數なりとす。

今最初の財産 a が上の如き微少の財産の變化によりて x となれりとすれば

$$y = k \int_a^x \frac{dx}{x} = k \log \frac{x}{a} \quad a > 0$$

ベルヌイの假説に基づきて偶發的の危險に關係せる計畫を判斷せんが爲め

には豫期せられたる利得又は損失よりこれに相應する公算を利用して一つの平均値を作り、然る後この平均値に相當する財産の變化を定むればこれ即ち求むる所の計畫に對する價值の量なりこれ即ち後日ラプラスによりて道德的期望と名づけられたるものなり。

茲に a なる財産を有する人 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ なる財産の變化の内何づれか一つは必ず將來生起するものなることを豫期す而して其生起の公算を p, q, r, \dots とすれば

$$p+q+r+\dots=1$$

右の道德的價值は

$$k \log \frac{a+\alpha}{a}, \quad k \log \frac{a+\beta}{a}, \quad k \log \frac{a+\gamma}{a}, \dots,$$

にして其平均値は

$$\begin{aligned} & p k \log \frac{a+\alpha}{a} + q k \log \frac{a+\beta}{a} + r k \log \frac{a+\gamma}{a} + \dots \\ &= k \log \frac{(a+\alpha)^p (a+\beta)^q (a+\gamma)^r \dots}{a} \end{aligned}$$

この平均値に相當する財産の變化をhとすれば

$$k \log \frac{a+h}{a} = k \log \frac{(a+\alpha)^p (a+\beta)^q (a+\gamma)^r \dots}{a}$$

$$\therefore h = (a+\alpha)^p (a+\beta)^q (a+\gamma)^r \dots - a$$

これ即ち所求道德的期望なり。

今道德的期望の概念により一二の例を導かんとす。

諺に總ての卵を一個の巢の中におくはよろしからずとあるが如く危險に遭遇し易き貨物はこれを一隻の船に積込むよりは多くの船に分載する方道德的に利益なり。

aなる財産を有する一商人あり價格αなる貨物を一船に積込むものとす、その安全なる到着の公算はpなり然らばその道德的價值は

$$\log(a+\alpha)^p a^q$$

に比例す然るにこれを二隻に分載するときは

總ての貨物の無事到着する公算は p^2 、半分だけ到着する公算は $2pq$ 、全部損失の公算は q^2 なるが故に貨物到着の期望の道德的價值は次式に比例す

$$\log(a+\alpha)^{p^2} \left(a + \frac{\alpha}{2}\right)^{2pq} a^{q^2}$$

而して

$$(a+\alpha)^p \left(a+\frac{\alpha}{2}\right)^{2pq} a^q \sqrt{(a+\alpha)^p a^q}$$

なるが故に後者は前者よりも大なる道徳的價值を有す。

道徳的期望は斯くの如く種々なる計畫の吾人の財産に對する作用を比較する場合に利用せらるゝ雖も一般に將來の事象に關聯せる計畫を支配するには不適當なるを免れずこの場合に於ては數學的期望が正當なる基礎を與ふるものとす。

終りに現代に於ける公算論の權威たるクーパーの著書の數行を引用して筆を擱かんとす。

Aber die Bedeutung der Theorie, insbesondere der ihr zugrunde liegenden Hypothese, reicht weiter. Diese Hypothese ist zur Grundlage der Modernen Wertlehre geworden..... Die Moderne Wertlehre, fast gleichzeitig begründet durch Jevons, Menger und Walras, betrachtet den Wert eines Gutes als eine Beziehung zwischen einem einzelnen wirtschaftenden Subjekt und dem Güte; nach dieser Auffassung lässt sich der Wertbegriff von der Vorstellung einer bestimmten Menge des Gutes nicht lösen. Aus diesem Zusammenhang geht aber der für diese Theorie gründ legende Begriff des Grenznutzens hervor.

大正十年一月十日